

Vorbereiding toelatingsexamen arts/tandarts

Wiskunde arts 2025 Oplossingen

8 augustus 2025

Brenda Casteleyn, PhD



Keu6

Coaching & Onderzoek

Vraag 1

Het aantal verschillende reële nulwaarden van de functie f met voorschrift

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 8$$

is gelijk aan?

Oplossing

$$x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 2) = 0$$

$$(x-2)(x+2)(x^2+2) = 0$$

$$\rightarrow x_1 = 2 \text{ en } x_2 = -2$$

Alternatieve oplossing:

Stel $x^2 = y$, dan krijg je: $y^2 - 2y - 8 = 0 \rightarrow$ bereken hieruit y_1 en y_2 :

$$y_1 = \frac{2 + \sqrt{36}}{2} = 4 \text{ en } y_2 = \frac{2 - \sqrt{36}}{2} = -2$$

Enkel voor $y_1 = 4$ krijgen we reële waarden voor x nl. 2 en -2. Bij y_2 krijgen we voor de x een wortel uit een negatief getal.

$\rightarrow$ Er zijn twee nulwaarden

$\rightarrow$ Antwoord D

Vraag 2

Gegeven zijn de matrices

$$A = \begin{bmatrix} 2^a & -3^a \\ 3^{-a} & 2^a \end{bmatrix} \text{ en } B = \begin{bmatrix} 3^a & 3^a \\ 3^{-a} & 2^a \end{bmatrix} \text{ waarbij } a \in \mathbb{R}$$

Dan is het product $A \cdot B$ gelijk aan?

Oplossing:

Berekening van de elementen uit de matrix AB

$$\text{Stap 1: Element } ab_{11} = 2^a \cdot 3^a + (-3^a) \cdot 3^{-a} = 6^a - 1$$

$$\text{Stap 2: Element } ab_{12} = 2^a \cdot 3^a + (-3^a) \cdot 2^a = 0$$

$$\text{Stap 3: Element } ab_{21} = 3^{-a} \cdot 3^a + 2^a \cdot 3^{-a} = 1 + (2/3)^a$$

$$\text{Stap 4: Element } ab_{22} = 3^{-a} \cdot 3^a + 2^a \cdot 2^a = 1 + 2^{2a}$$

Daaruit volgt de matrixvermenigvuldiging AB :

$$\begin{bmatrix} 6^a - 1 & 0 \\ 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^a & 1 + 4^a \end{bmatrix}$$

→ Antwoord A

Vraag 3

De rechthoekszijden van een rechthoekige driehoek hebben lengtes $\sin(2t)$ en $2 \sin^2 t$ waarbij $t \in]0, \pi/2[$. Dan is de lengte van de schuine zijde gelijk aan

Oplossing

$$\text{Schuine zijde} = \sqrt{4 \sin^4 t + \sin^2(2t)}$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t, \text{ dus } \sin^2(2t) = 4 \sin^2 t \cos^2 t$$

$$\rightarrow \text{Schuine zijde} = \sqrt{4 \sin^4 t + 4 \sin^2 t \cos^2 t}$$

$$\rightarrow = \sqrt{4 \sin^2 t (\sin^2 t + \cos^2 t)}$$

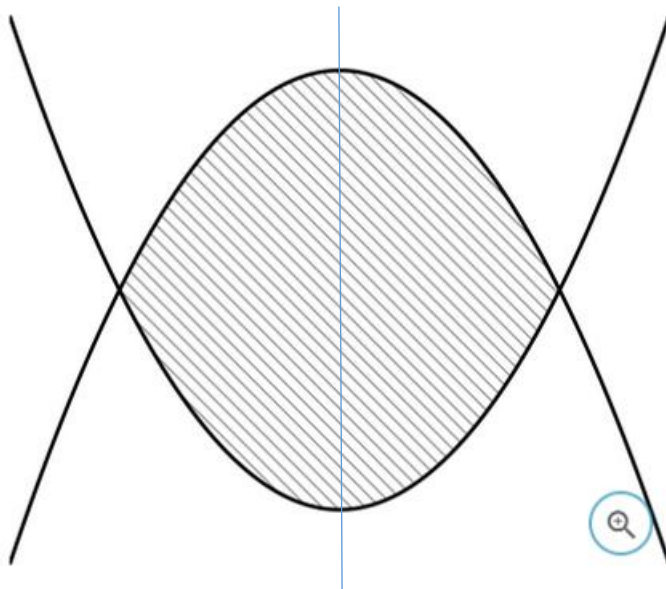
$$\rightarrow = 2 \sin t (\sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t})$$

$$\rightarrow = 2 \sin t$$

→ Antwoord D

Vraag 4

Beschouw het gearceerde gebied begrensd door de parabool met vergelijking $y = x^2$ en de parabool met vergelijking $y = 8 - x^2$, zoals getoond in de figuur. Wat is de oppervlakte van dat gebied?



Oplossing:

De rechterkant van de figuur loopt van 0 tot 2 en de linkerkant van -2 tot nul en zijn gelijk. De totale oppervlakte is dus twee keer de rechterkant.

$$\text{Oppervlakte} = 2 \cdot \int_0^2 (8 - x^2) - x^2 dx$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \cdot \int_0^2 8 - 2x^2 \, dx \\
&= 2 \cdot \left[8x - \frac{2x^3}{3} \right]_0^2 \\
&= 2 \cdot \left(16 - \frac{16}{3} - 0 \right) = 2 \cdot \frac{32}{3} = 64/3
\end{aligned}$$

➔ Antwoord B

Vraag 5

Vooraf: voor een standaard normaal verdeelde toevalsvariabele Z geldt de 68-95-99,7-vuistregel: $P(-1 < Z < 1) \sim 0,68$; $P(-2 < Z < 2) \sim 0,95$; $P(-3 < Z < 3) \sim 0,997$.

In een museum kunnen bezoekers individueel een kort spel spelen. De directie onderzoekt hoeveel tijd bezoekers hieraan besteden. Op basis van een aantal steekproeven besluit ze dat de spelduur normaal verdeeld is met een gemiddelde van 5 minuten. Drie bezoekers die het spel spelen worden lukraak gekozen. Wat is de kans dat ze alle drie langer dan 5 minuten spelen?

Oplossing:

50% ligt hoger dan het gemiddelde (5 minuten) en 50% lager. De kans dat ze alle drie langer dan 5 minuten spelen is dus $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1/8$

➔ Antwoord D

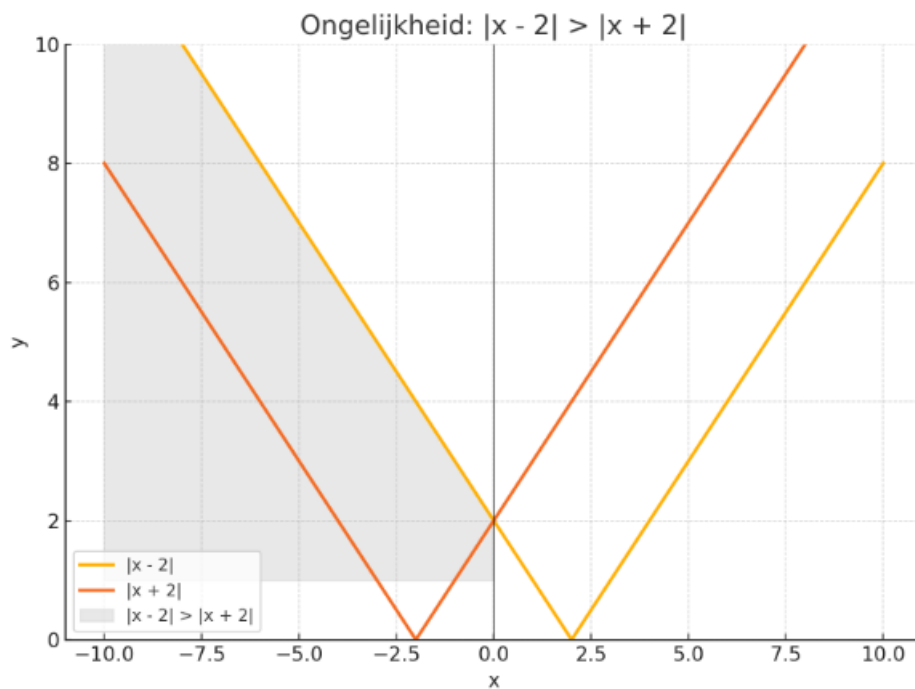
Vraag 6

De verzameling van alle reële getallen x die voldoen aan

$$|x - 2| > |x + 2|$$

Oplossing

Ongelijkheid: $|x - 2| > |x + 2|$



Het grijze gedeelte voldoet aan $|x - 2| > |x + 2|$, dus het interval $]-\infty, 0[$ of

→ Antwoord C

Vraag 7

Een veelteermfunctie f met afgeleide functie f' voldoet aan $f(1) = 2$ en $f'(1) = 3$. De functie g heeft als voorschrift

$$g(x) = (f(x^2))^2$$

en heeft als afgeleide functie g' . Waaraan is $g'(1)$ gelijk?

Oplossing:

$$\begin{aligned} g' &= [(f(x^2))^2]' \\ &= 2 \cdot (f(x^2)) \cdot (f(x^2))' \cdot 2x \\ &= 4x \cdot (f(x^2)) \cdot (f(x^2))' \end{aligned}$$

Voor waarde $x=1$ geldt dan: $4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 24$

→ Antwoord C

Vraag 8

Beschouw de cirkel met vergelijking

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y = a$$

waarbij de parameter a voldoet aan $a > -13$. Deze cirkel raakt aan de x -as als en slechts als
Oplossing

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 4x - 6y &= a \\x^2 - 4x + y^2 - 6y &= a\end{aligned}$$

$$\text{voor } x \text{ geldt: } x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4$$

$$\text{voor } y \text{ geldt: } y^2 - 6y = (y - 3)^2 - 9$$

$$\text{Dus : } (x - 2)^2 - 4 + (y - 3)^2 - 9 = a$$

$$\text{Of } (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = a + 13 \text{ (standaardvorm cirkel)}$$

$$\rightarrow \text{Middelpunt : } (2, 3), \text{ straal } r = \sqrt{a + 13}$$

De cirkel moet de x -as raken, dat is het geval als de afstand van het middelpunt tot de x -as gelijk is aan de straal.

De afstand van het middelpunt tot de x -as = 3 (y -coördinaat)

Bij $r = 3$ geldt dus $\sqrt{a + 13} = 3$ of $a + 13 = 9 \rightarrow a = -4$

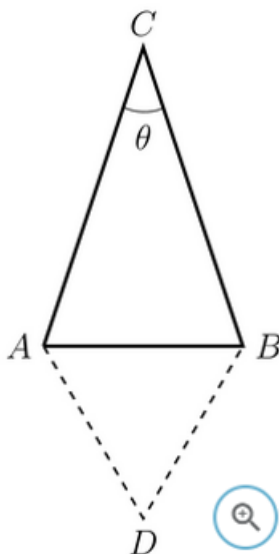
Gegeven is $a > -13$, dus daaraan is voldaan

$\rightarrow$ Antwoord C

Vraag 9

De driehoek $\triangle ABC$ is gelijkbenig en heeft tophoek θ . De driehoek $\triangle ADB$ is gelijkzijdig (zie figuur). De oppervlakte van $\triangle ADB$ is de helft van die van $\triangle ABC$.

Waarom is $\tan(\theta/2)$ gelijk?



Oplossing:

Oppervlakte driehoeken: $ABC = 2 \cdot ABD$ of $\frac{1}{2}b \cdot h_1 = 2 \cdot (\frac{1}{2}b \cdot h_2)$

$$\rightarrow h_1 = 2 \cdot h_2$$

$$\tan(\theta/2) = a/h_1 = a/2h_2$$

In de gelijkzijdige driehoek zijn alle hoeken 60° → $\tan 60^\circ = \sqrt{3} = h_2/a$ of $\frac{1}{\sqrt{3}} = a/h_2$

$$\text{Dus } \tan(\theta/2) = a/h_1 = a/2h_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

→ Antwoord C

Vraag 10

Uit een album met 10 verschillende songs kiest Kris lukraak drie verschillende songs. Uit hetzelfde album kiest ook Yves lukraak drie verschillende songs. Hoe groot is de kans dat er precies één song gemeenschappelijk is in de keuze van Kris en die van Yves?

Oplossing:

Neem een willekeurige 3-combinatie van de 10 songs voor Kris. Hoeveel 3-combinaties van de 10 songs van Yves hebben precies 1 song gemeenschappelijk met die vaste 3 van Kris?

Yves moet dan 1 song kiezen van de 3 die Kris koos (het gemeenschappelijke) en 2 uit de overige 7. Het aantal mogelijke combinaties is: $\binom{3}{1} \cdot \binom{7}{2} = 3 \cdot 21 = 63$

Het totaal aantal mogelijke combinatie is 3 songs uit 10 mogelijkheden: $\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!7!} = 120$

$$P = 63/120 = 52,5\%$$

→ Antwoord C