

Vorbereiding toelatingsexamen arts/tandarts

Wiskunde tandarts 2025 Oplossingen

8 augustus 2025

Brenda Casteleyn, PhD



Keu6

Coaching & Onderzoek

Vraag 1

Beschouw de vergelijking

$$(x^2 - 10x + a)(2x - 6) = 0$$

Met een parameter $a < 25$. Voor welke waarde van a heeft deze vergelijking precies twee verschillende reële oplossingen voor x ?

Oplossing::

$(2x - 6) = 0$ als $x = 3$, dat is al een van de twee oplossingen

Bereken de discriminant. Indien die gelijk is aan 0 vinden we de tweede oplossing, indien die niet gelijk is aan nul vinden we twee oplossingen, waarvan er een dan gelijk moet zijn aan 3

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot a = 0 \text{ voor } a = 25, \text{ maar gegeven is } a < 25$$

We weten dat een van de oplossingen gelijk is aan 3, dus

$$x_1 = 3 \rightarrow 3^2 - 10 \cdot 3 + a = 0 \text{ dus } a = 21$$

$$\text{Controle: } \Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21 = 16$$

$$x_1 = \frac{10 - \sqrt{16}}{2} = 3 \text{ en } x_2 = \frac{10 + \sqrt{16}}{2} = 7$$

Alternatieve manier van oplossen: de nulpunten bepalen voor elke waarde van a uit de antwoordmogelijkheden.

➔ Antwoord B

Vraag 2

De matrices A en E zijn gegeven door

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a \\ a & 1 \end{bmatrix} \text{ en } E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ waarbij } a \text{ een reëel getal is. Voor hoeveel reële getallen geldt dat}$$

$$A \cdot A = A + aE?$$

Oplossing:

$$A \cdot A = \begin{bmatrix} 0 & a \\ a & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & a \\ a & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 & a \\ a & a^2 + 1 \end{bmatrix}$$

$$A + aE = \begin{bmatrix} 0 & a \\ a & 1 \end{bmatrix} + a \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & a \\ a & 1 + a \end{bmatrix}$$

$$\text{Dus: } a^2 = a; a = a; a = a \text{ en } a^2 = 1 + a$$

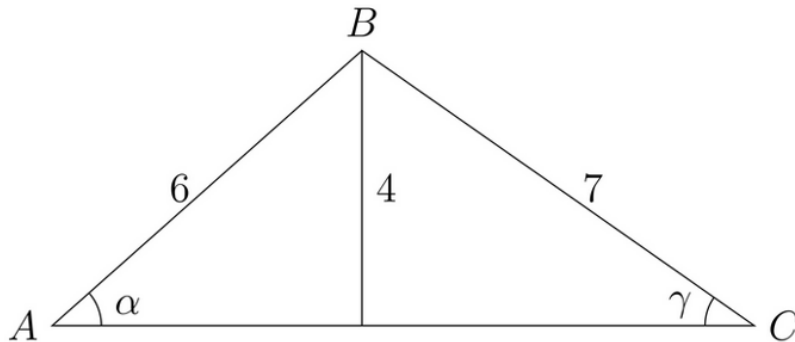
Dat kan enkel indien $a = 0$ of $a = 1$

➔ Precies twee reële getallen

➔ Antwoord C

Vraag 3

In driehoek $\triangle ABC$ zijn de lengtes van twee zijden en van een hoogtelijn gegeven, zoals aangegeven in de figuur. Waaraan is het product $\sin \alpha \sin \gamma$ gelijk?



Oplossing: $\sin = \text{overstaande zijde/schuine zijde}$.

$$\sin \alpha = 4/6$$

$$\sin \gamma = 4/7$$

$$\rightarrow \sin \alpha \sin \gamma = 4/6 \cdot 4/7 = 16/42 = 8/21$$

➔ Antwoord D

Vraag 4

Gegeven is de functie f met voorschrift

$$f(x) = \int_0^x (t^3 - t^2 + t) dt$$

Zoals gewoonlijk wordt de afgeleide functie van f genoteerd als f' .

Dan is $f'(1)$ gelijk aan

Oplossing

$$\text{Bereken } f(x) = \int_0^x (t^3 - t^2 + t) dt = \left[\frac{t^4}{4} - \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} \right]_0^x = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x}{2}$$

$$\text{Bereken } f'(x) = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x}{2} \right)' = x^3 - x^2 + x$$

$$f'(1) = 1 - 1 + 1 = 1$$

➔ Antwoord C

Vraag 5

Een dierenarts onderzoekt de gezondheid van een populatie bestaande uit 1000 honden. Hij noteert het gewicht van elke hond (in kilogram) en verkrijgt zo een rij van 1000 getallen. Wanneer een collega nadien deze rij getallen bestudeert, merkt ze op dat het gemiddelde

van de eerste 600 getallen gelijk is aan 16, en dat het gemiddelde van de laatste 400 getallen gelijk is aan 22.

Wat weet je met zekerheid over het gemiddelde m van de totale rij van 1000 getallen.

Oplossing:

$$m = \frac{600 \cdot 16 + 400 \cdot 22}{1000} = \frac{9600 + 8800}{1000} = 18,4$$

→ $m \in [18,19[$

→ Antwoord D

Vraag 6

De vergelijking $|x + 1| = -|2 - x|$ heeft

Oplossing

Absolute waarden altijd groter of gelijk aan 0, dus

$$|x + 1| \geq 0 \text{ en } |2 - x| \geq 0 \text{ of: } -|2 - x| \leq 0$$

De vergelijking stelt dus iets positiefs gelijk aan iets negatiefs of nul. De enige mogelijkheid waarop deze gelijkheid kan kloppen is:

Als $|x+1|=0$ en $|2-x|=0$ of $x = -1$ en tegelijk $x = 2$

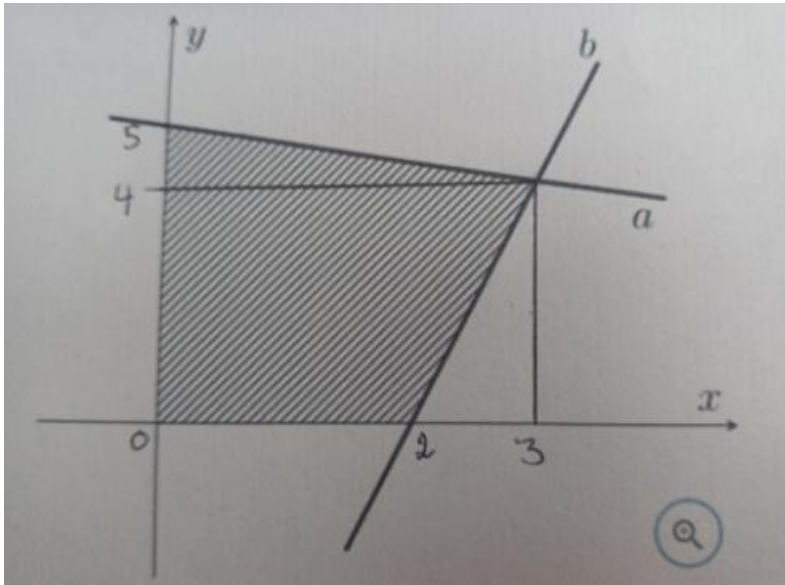
→ Geen enkele reële oplossing

→ Antwoord D

Vraag 7

De rechte a met vergelijking $x + 3y = 15$ en de rechte b met vergelijking $4x - y = 8$ begrenzen samen met de x -as en de y -as een vierhoek in het eerste kwadrant. Wat is de oppervlakte van die vierhoek?

Oplossing:



Punt op rechte a: $x = 0 \rightarrow y = 5$ (0,5)

Punt op rechte b: $y = 0 \rightarrow x = 2$ (2,0)

Snijpunt rechten a en b:

Rechte a: $y = -1/3 x + 5$ en rechte b : $y = 4x - 8$

$$\rightarrow \frac{1}{3} x + 5 = 4x - 8$$

$$\rightarrow 13 x = 39 \text{ of } x = 3$$

$$\rightarrow Y = 4 \cdot 3 - 8 = 4$$

$\rightarrow$ Snijpunt is punt (3,4)

Oppervlakte = grote rechthoek + kleine driehoek bovenaan – kleine driehoek rechts

$$= (4 \cdot 3) + \frac{1}{2} (1 \cdot 3) - \frac{1}{2} (1 \cdot 4)$$

$$= 12 + 1,5 - 2 = 11,5$$

$\rightarrow$ Antwoord D

Vraag 8

Vooraf: Zoals gebruikelijk stelt e het grondtal van de natuurlijke logaritme voor. Beschouw de functie f met voorschrift

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{3x} + 1}$$

Wat is de vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van deze functie in het punt met coördinaat $(0, f(0))$?

Oplossing

$$y - y_0 = a(x - x_0)$$

Bereken x_0 en y_0

$$f(0) = \frac{e^0}{e^0 + 1} = \frac{1}{2}, \quad \text{dus } x_0 = 0 \text{ en } y_0 = 1/2$$

Bereken a, daarvoor moeten we eerst $f'(x)$ berekenen:

$$f'(x) = \frac{e^{3x} \cdot 3(e^{3x} + 1) - e^{3x} \cdot (3e^{3x})}{(e^{3x} + 1)^2}$$

$$f'(0) = \frac{3 \cdot 2 - 1 \cdot (3 \cdot 1)}{2^2} = \frac{3}{4} = a$$

$$y - y_0 = a(x - x_0) \text{ of}$$

$$y - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}(x - 0)$$

$$\rightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow 4y = 3x + 2$$

$$\rightarrow 3x - 4y = -2$$

$$\rightarrow \text{Antwoord C}$$

Vraag 9

Luc gooit drie keer met een eerlijke dobbelsteen. Hoe groot is de kans dat precies één van de drie worpen een 4 is of precies twee van de drie worpen een 4 zijn?

Oplossing:

$p(k \text{ keer } 4)$ en 3 keer gooien

$$P = 1/6 \text{ en } 1-p = 5/6$$

$$p(k) = \binom{3}{k} \cdot (1/6)^k \cdot (5/6)^{3-k}$$

$$\text{dus voor precies 1 keer 4: } p(1) = \binom{3}{1} \cdot (1/6)^1 \cdot (5/6)^2 = 3 \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{25}{36} = \frac{75}{216}$$

$$\text{en voor precies 2 keer 4: } p(2) = \binom{3}{2} \cdot (1/6)^2 \cdot (5/6)^1 = 3 \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{216}$$

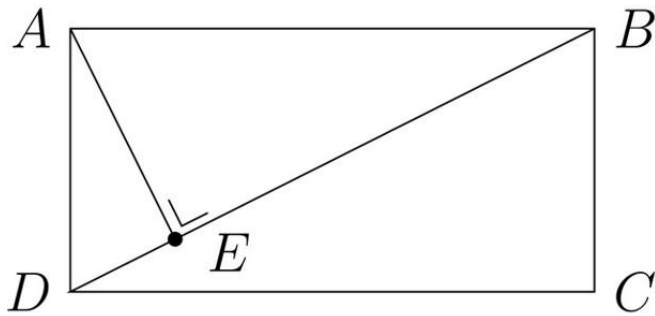
We zoeken de kans op precies 1 of 2 keer een 4 $\rightarrow p(1) + p(2)$

$$\text{Tel beide uitkomsten op: } \frac{75}{216} + \frac{15}{216} = \frac{90}{216} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

$$\rightarrow \text{Antwoord A}$$

Vraag 10

In een rechthoek ABCD is $|AB| = 4$ en $|AD| = 2$. Het snijpunt van de loodlijn uit A op de rechte BD is E, zoals aangegeven in de figuur. Wat is de verhouding van de oppervlakte van de Δ BCD tot de oppervlakte van de driehoek Δ AED?



Oplossing: de driehoeken $\triangle BCD$ en $\triangle AED$ zijn gelijkvormig, dan is de verhouding van hun oppervlaktes gelijk aan het kwadraat van de verhouding van hun overeenkomstige lengtes.

Lengtes: $DB = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$ en $AD = 2$

$$\text{Dus: } \frac{\text{opp } \triangle BCD}{\text{opp } \triangle AED} = \left(\frac{\sqrt{20}}{2} \right)^2 = 20/4 = 5$$

➔ Antwoord C